PEDRO ABELLANAS

CICLOS Y DIVISORES SOBRE UNA SUPERFICIE ALGEBRAICA

(Publicado en la «Revista Matemática Hispano Americana»
4.ª Serie - Tomo XVI - Núms. 1-2)

MADRID
C. BERMEJO, IMPRESOR
GARCÍA MORATO, 122.—TEL. 33 06 19
1956

CICLOS Y DIVISORES SOBRE UNA SUPERFICIE ALGEBRAICA

por

PEDRO ABELLANAS

1. La geometría algebraica sobre una curva y, paralelamente, la teoría de funciones algebraicas de una variable, se han desarrollado intrínsecamente, es decir, en el caso de la geometría, sin hacer referencia a ningún modelo de curva y, en el caso de las funciones, sin necesidad de referirse a ninguna variable independiente en particular. Desde el punto de vista aritmético, esto equivale a operar directamente sobre el cuerpo de funciones algebraicas de una variable[1] sin utilizar ningún anillo de polinomios sobre una curva. Para ello se parte, en el estudio aritmético, del concepto fundamental de divisor primo o valoración, en lugar de emplear el de ideal primo de un anillo de polinomios sobre una curva. Operando directamente sobre el cuerpo de funciones algebraicas se consiguen definir todos los conceptos invariantivamente respecto de transformaciones birracionales. Ahora bien, en la teoría aritmética de las funciones algebraicas de una variable independiente no son propiamente los divisores los entes fundamentales, sino, más bien, las clases adjuntas de ellos respecto del subgrupo de divisores correspondientes a los elementos del cuerpo, llamados divisores principales, y a dicho subgrupo: clase principal. Es esencial, por consiguiente, la construcción de la clase principal si se quiere seguir este método. Al intentar trasladar a las funciones de dos o más variables estas ideas y método, surge

(1) Dieron cauce a esta teoría las Memorias de Kronecker, *Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen grössen*, Crelle, 92, 1882, y la de Dedekind-Weber, *Theorie der algebraischen Functionen einer Veränderlichen*, Crelle, 92, 1882. Como exposición reciente y rigorosa de los resultados fundamentales de la misma, puede considerarse el libro de C. Chevalley, *Introduction to the Theory of Algebraic Functions of One Variable*, 1951. «Math. Sur.», 6.

inmediatamente la dificultad fundamental al no poderse definir dentro del cuerpo de funciones de más de una variable la clase principal; pues, como probó Zariski[2], existen divisores primos cuyo centro es una subvariedad de cualquier dimensión de un modelo proyectivo del cuerpo dado; esto implica, en el caso de cuerpos de dos o más variables, que existan infinitos divisores primos que dividen a un elemento dado del cuerpo. Por consiguiente, si se quiere extender el método empleado para las funciones algebraicas de una variable al caso de más de una, es necesario limitar convenientemente el número de divisores primos admisibles. Esto se acostumbra a hacer tácitamente, tomando un modelo particular de la variedad[3] y considerando únicamente aquéllos que son de primera especie respecto del modelo considerado. Ahora bien, al tomar un modelo de referencia, se presentan grandes dificultades técnicas cuando éste posee singularidades; por ello, se ha tomado siempre, salvo en algún caso reciente[4], un modelo sin singularidades.

La idea que desarrollamos en[5], consiste en tomar un modelo inicial arbitrario de un cuerpo de funciones algebraicas de dos variables independientes y construir, a partir de él, un sistema, S, de infinitos modelos, obtenidos de él mediante antiproyecciones[6]. Entonces, en lugar de definir los ciclos sobre el modelo inicial, lo hacemos sobre un subconjunto infinito de S, que varía de un ciclo a otro. Esto permite operar con los ciclos como con curvas algebraicas cuyos puntos no sólo son simples para la superficie, sino que lo son también para la propia curva, lo que simplifica al máximo los problemas de intersecciones. El objeto de la presente nota es dar un avance del contenido del mencionado trabajo (5), remitiendo al lector al mismo para las demostraciones y exposición completa.

---

(2) ZARISKI, *Foundations of a general theory of birational correspondences.* «Trans. Am. Math. Soc.», 1943. Th. 5.

(3) Así, p. e., en el estudio trascendente realizado recientemente por Kodaira sobre el cuerpo de los números complejos: *Some results in the transcendental theory of algebraic varieties.* «Ann. of Math.», 59.

(4) ZARISKI, *Complete linear Systems on Normal Varieties and a generalization of e lemma of Enriques-Severi.* «Ann. of Math.», 55.

(5) ABELLANAS, *Teoría aritmética de las superficies algebraicas,* en curso de publicación.

(6) ABELLANAS, *Subvariedades principales de una variedad algebraica.* «Rev. Mat. Hisp.-Am.», 1953.

2. Sea Σ un cuerpo de funciones algebraicas de dos variables independientes sobre un cuerpo de constantes arbitrario k y sean K y K* una extensión perfecta de k y el cierre algebraico de K, respectivamente. Representaremos por Ω a un cuerpo homogéneo correspondiente a Σ. Sean $(\xi_0, \ldots, \xi_n)$ elementos de Ω, todos ellos del mismo grado de homogeneidad y tales que $\Omega = k(\xi_0, \ldots, \xi_n)$. Representaremos por P a la superficie cuyo punto general es $(\xi_0, \ldots, \xi_n)$ y también al anillo $k[\xi_0, \ldots, \xi_n]$. A los elementos $\frac{\xi_i}{\xi_0}$ los representaremos de nuevo por ξ_i y pondremos $\mathfrak{o} = k[\xi_1, \ldots, \xi_n]$. Designaremos también por $\mathfrak{o}$ a la superficie afin de punto general $(\xi_1, \ldots, \xi_n)$. Un divisor primo será, en lo que sigue, una valoración unidimensional de Σ, de primera especie respecto de P. Los divisores primos serán designados por **P** negritas con índices. La valoración correspondiente al divisor primo **P** se representará por $V_{\mathbf{P}}$ y este mismo símbolo servirá para representar a su anillo de valoración; el ideal de no unidades de $V_{\mathbf{P}}$ se representará por **P**. Un lugar primo es una valoración cero dimensional de Σ y se representará por $\mathbf{p}$ y su anillo de valoración por $\mathbf{v_p}$. Se llaman divisores a los elementos del grupo multiplicativo engendrado formalmente a partir de los divisores primos y lugares a los elementos del grupo multiplicativo engendrado por los lugares primos. Dos divisores y lugares cuyos elementos primos tengan todos exponentes positivos se llaman enteros.

Una antiproyección $P \to P^*$ es una correspondencia birracional tal que existen dos anillos no homogéneos, $\mathfrak{o}$ y $\mathfrak{o}^*$, correspondientes a P y P*, respectivamente, tales que $\mathfrak{o} \subset \mathfrak{o}^*$.

Si **P** es un divisor primo, se verifica:

A. Existe un modelo, P*, perteneciente al conjunto, S, formado por todos los modelos que se obtienen a partir de P mediante antiproyecciones, tal que:

i) El centro, $\mathfrak{P}^*$, de **P** en P* es una curva cuyos puntos son todos simples, tanto con relación a la superficie, como con relación a la curva. ii) Existe un anillo no homogéneo, $\mathfrak{o}^*$, correspondiente a P* tal que si $\mathfrak{p}^*$ es el ideal no homogéneo de $\mathfrak{o}^*$ correspondiente a $\mathfrak{P}^*$, se verifica que $\mathfrak{p}^* = \mathfrak{o}^* \varphi, \varphi \in \mathfrak{o}^*$.

El conjunto formado por todos los modelos, P*, que gozan de las propiedades establecidas en A se representa por $S_{\mathbf{P}}$. Se llama ciclo primo, centro de **P** en S, al conjunto formado por los centros de **P** en todos los modelos de $S_{\mathbf{P}}$. A partir del conjunto de los ciclos primos se define formalmente el grupo de los ciclos, que es isomorfo al de los divisores. Un ciclo $\Gamma = \Gamma_1^{\alpha_1} \ldots \Gamma_r^{\alpha_r}$ se dice que es centro del divisor $\mathbf{A} = \mathbf{P}_1^{\beta_1} \ldots \mathbf{P}_s^{\beta_s}$, cuando se verifique que $r = s$, $\alpha_i = \beta_i$ y que Γ_i sea centro de $\mathbf{P}_i$ en S, $i = 1, \ldots, r$.

B. Si $\mathbf{P}_1$ y $\mathbf{P}_2$ son dos divisores primos, existe un modelo, P*, de S, tal que:

i) Los centros, $\mathfrak{P}_1^*$ y $\mathfrak{P}_2^*$ de $\mathbf{P}_1$ y $\mathbf{P}_2$, respectivamente, en P*, tienen todos sus puntos simples, tanto con relación a la superficie como con relación a la respectiva curva. ii) Existe un anillo no homogéneo, $\mathfrak{o}^*$, de P* respecto del cual son principales los ideales que representan en él a los centros de $\mathbf{P}_1$ y $\mathbf{P}_2$. iii) Todos los puntos comunes a $\mathfrak{P}_1^*$ y $\mathfrak{P}_2^*$ pertenecen a $\mathfrak{o}^*$.

El conjunto formado por todos los modelos, P*, que gozan de las propiedades de B se representa por $S_{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2}$. Evidentemente, se verifica que $S_{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2} \subset S_{\mathbf{P}_i}$, $i = 1, 2$.

C. Si $\mathbf{A} = \mathbf{P}_1^{\alpha_1} \ldots \mathbf{P}_r^{\alpha_r}$, $\mathbf{A}' = \mathbf{P}_1'^{\beta_1} \ldots \mathbf{P}_s'^{\beta_s}$ son dos divisores arbitrarios, se verifica que existe un modelo, P*, que pertenece a todos los sistemas $S_{\mathbf{P}_i, \mathbf{P}'_j}$, $i = 1, \ldots, r$; $j = 1, \ldots, s$.

Al conjunto formado por todos los modelos que gozan de la propiedad C se le representa por $S_{\mathbf{A}, \mathbf{A}'}$.

3. Sean $\mathbf{M} = \mathbf{P}_1^{\alpha_1} \ldots \mathbf{P}_r^{\alpha_r}$ y $\mathbf{M}' = \mathbf{P}_1'^{\alpha'_1} \ldots \mathbf{P}_s'^{\alpha'_s}$ dos divisores, P_1 y P_2 dos modelos arbitrarios de $S_{\mathbf{M}, \mathbf{M}'}$ y $\mathfrak{M}_i = \mathfrak{P}_{i1}^{\alpha_1} \ldots \mathfrak{P}_{ir}^{\alpha_r}$, $\mathfrak{M}'_i = \mathfrak{P}_{i1}'^{\alpha'_1} \ldots \mathfrak{P}_{is}'^{\alpha'_s}$ los centros en P_i, $i = 1, 2$, de $\mathbf{M}$ y $\mathbf{M}'$, respectivamente. Sean $\mathfrak{o}_1$ y $\mathfrak{o}_2$ los anillos no homogéneos correspondientes a P_1 y P_2 que cumplen las condiciones de B y $\mathfrak{p}_{ij}$ y $\mathfrak{p}'_{il}$, $j = 1, \ldots, r$; $l = 1, \ldots, s$, los ideales no homogéneos de $\mathfrak{o}_i$, $i = 1, 2$, correspondientes a $\mathfrak{P}_{ij}$ y $\mathfrak{P}'_{il}$, respectivamente. Entonces se verifica que $\mathfrak{p}_{ij} = \mathfrak{o}_i \varphi_{ij}$, $\mathfrak{p}'_{il} = \mathfrak{o}_i \varphi'_{il}$, $i = 1, 2$; $j = 1, \ldots, r$; $l = 1, \ldots, s$. Sea $\mathrm{rad.}(\mathfrak{P}_{ij}, \mathfrak{P}'_{il}) = \mathrm{rad.}(\mathfrak{p}_{ij}, \mathfrak{p}'_{il}) = \mathfrak{p}_{i,jl,1} \cap \ldots \cap \mathfrak{p}_{i,jl,t}$, en donde t depende de i, j, l. Pongamos $\bar{\mathfrak{o}}_{ij} = \mathfrak{o}_i / \mathfrak{p}_{ij}$, $\bar{\mathfrak{o}}'_{il} = \mathfrak{o}_i / \mathfrak{p}_{il}$, $i = 1, 2$; $j = 1, \ldots, r$; $l = 1, \ldots, s$ y sea $\bar{\varphi}'_{il,j}$ la imagen de $\varphi'_{il,j}$ en el homomorfismo $\mathfrak{o}_i \to \bar{\mathfrak{o}}_{ij}$ y $\bar{\varphi}_{ij,l}$ la imagen de φ_{ij} en el homomorfismo $\mathfrak{o}_i \to \bar{\mathfrak{o}}'_{il}$ y sean $v_{i,jl,k}$ las valoraciones del cuerpo de cocientes, $\bar{\Sigma}_{ij}$, de $\bar{\mathfrak{o}}_{ij}$ cuyos centros en $\mathfrak{p}_{ij}$ son $\mathfrak{p}_{i,jl,k}$. Se llama intersección de $\mathfrak{M}_i$ con $\mathfrak{M}'_i$, y se representa por $\mathfrak{M}_i \cap \mathfrak{M}'_i$, al ideal:

[1] $$\mathfrak{M}_i \cap \mathfrak{M}'_i = \prod_{j,l,k=1}^{r,s,t} \mathfrak{p}_{i,jl,k}^{v_{i,jl,k}(\bar{\varphi}'_{il,j})\, \alpha_j\, \alpha'_l}, \quad i = 1, 2.$$

Se verifica que $\mathfrak{M}_i \cap \mathfrak{M}'_i = \mathfrak{M}'_i \cap \mathfrak{M}_i$.

Un divisor **M** se llama simple, respecto de P, cuando los centros de todos sus divisores primos son curvas simples en P.

D. Si los divisores **M** y **M**′, definidos anteriormente, son simples, siendo P_1 y P_2 dos modelos de $S_{\mathbf{M},\mathbf{M}'}$, y si $\mathfrak{M}_i$ y $\mathfrak{M}'_i$ son los centros de **M** y **M**′ en P_i, $i = 1, 2$, y si $\mathfrak{M}_i \cap \mathfrak{M}'_i$ viene dado por [1], se verifica que: i) Los ideales $\mathfrak{p}_{2,jk,l}$ son transformados de los $\mathfrak{p}_{1,jk,l}$ en la correspondencia $P_1 \to P_2$. ii) Si $\mathfrak{p}_{2,j'k',l'}$ es el transformado de $\mathfrak{p}_{1,jk,l}$, se verifica que $j = j'$, $k = k'$ y se pueden numerar los subíndices l' de modo que $l = l'$. iii) $v_{1,jk,l} = v_{2,jk,l}$, $j = 1, \ldots, r$, $k = 1, \ldots, s$, $l = 1, \ldots, t$, siendo t dependiente de j y k. iiii) $v_{1,jk,l}(\bar{\varphi}'_{1k}) = v_{2,jk,l}(\bar{\varphi}'_{2k})$, $j = 1, \ldots, r$, $k = 1, \ldots, s$, $l = 1, \ldots, t$.

A los anillos locales completados correspondientes a los puntos simples de las superficies de S les llamaremos sitios primos, y designaremos simplemente por sitios a los elementos del grupo multiplicativo definido formalmente a partir de los sitios primos como generadores.

Sean Γ y Γ′ los ciclos centros de **M** y **M**′, respectivamente, en S. El teorema D permite dar la siguiente definición:

Sea $\gamma_{jk,l}$ el anillo local completado correspondiente a $\mathfrak{p}_{i,jk,l}$, llamaremos sitio intersección de **M** con **M**′ o de Γ con Γ′, y lo representaremos por $\mathbf{M} \cap \mathbf{M}'$ o por $\Gamma \cap \Gamma'$, respectivamente, al sitio:

$$[2] \qquad \mathbf{M} \cap \mathbf{M}' = \Gamma \cap \Gamma' = \prod_{j,k,l=1}^{j,k,l=r,s,t} \gamma_{jk,l}^{v_{1,jk,l}(\bar{\varphi}'_{1k})\,\alpha_j \alpha'_k}.$$

Se llama índice de intersección de los divisores **M** y **M**′, o de sus ciclos correspondientes, Γ y Γ′, y lo representaremos por $i(\mathrm{M} \cap \mathrm{M}') = i(\Gamma \cap \Gamma')$ al siguiente número:

$$i(\Gamma \cap \Gamma') = i(\mathrm{M} \cap \mathrm{M}') = \sum_{j,k,l=1}^{j,k,l=r,s,t} v_{jk,l}(\bar{\varphi}'_k)\,\alpha_j \alpha'_k.$$

Definición que queda también justificada por el teorema D.

Los divisores principales se definen de modo usual, utilizando para ello, como ya se ha indicado al principio, únicamente aquellos divisores que son de primera especie respecto de P. Si σ es un elemento arbitrario de Σ, al divisor correspondiente lo representaremos por (σ) y al centro de este divisor en S por $[\sigma]$ y diremos que $[\sigma]$ es un ciclo principal. La equivalencia lineal de ciclos y divisores se define ahora de modo ordinario y se demuestra que el índice de intersección de un ciclo principal con cualquier otro primo con él es igual a cero.

4. Se dice que se ha fijado una base (η_1, η_2) en el conjunto C formado por todos los sitios de S, cuando a cada sitio, γ, se le ha asignado un par de parámetros de uniformización que constituyen una base de su ideal de no unidades. Al par de parámetros de la base (η_1, η_2) correspondientes al sitio γ lo representaremos por $(\eta_1^\gamma, \eta_2^\gamma)$. Si Γ es un ciclo irreducible, determina en cada sitio primo un elemento contenido en él, que se denomina componente local del ciclo en el sitio considerado. La representación Φ que asigna a cada sitio la componente local de Γ contenida en él se denomina: función prima correspondiente a Γ. Los elementos del grupo multiplicativo engendrado por las funciones primas se denominan funciones meromorfas. Este grupo es isomorfo al de los ciclos y al de los divisores. Al hablar de elementos correspondientes de estos grupos se hace referencia a la isomorfía correspondiente. Cuando todos los exponentes de las funciones primas que figuran en una función son no negativos, la función se llama holomorfa. Se puede definir directamente el sitio de intersección de dos funciones meromorfas y se prueba que es el mismo que el de intersección de sus ciclos o divisores correspondientes.

Si $\mathbf{P}$ es un divisor primo y $\mathbf{M}$ otro divisor arbitrario, primo respecto del primero, se define un divisor del cuerpo $\Sigma' = V_{\mathbf{P}}/_{\mathbf{P}}$, de funciones algebraicas de una variable, que posee los mismos exponentes que el sitio $(\mathbf{P} \cap \mathbf{M})$, llamado divisor sección de $\mathbf{P}$ por $\mathbf{M}$, y se representa por $(\mathbf{P} \cap \mathbf{M})_{\mathbf{P}}$. Si representamos $|\mathbf{M} \cap \mathbf{P}|_{\mathbf{P}}$, $|\mathbf{M}|$, $|\mathbf{M}\,\mathbf{P}^{-1}|$ a los sistemas lineales completos contenidos en las clases engendradas por $(\mathbf{M} \cap \mathbf{P})_{\mathbf{P}}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{M}\,\mathbf{P}^{-1}$, respectivamente, se llama deficiencia del sistema lineal $|\mathbf{M}|$ respecto del divisor primo $\mathbf{P}$, y se representa por $\text{def.}_{\mathbf{P}} |\mathbf{M}|$, al número:

$$\text{def.}_{\mathbf{P}} |\mathbf{M}| = \text{rango} |\mathbf{M} \cap \mathbf{P}|_{\mathbf{P}} - \text{rango} |\mathbf{M}| + \text{rango} |\mathbf{M}\,\mathbf{P}^{-1}|.$$

E. Si $|\mathbf{M}|$ es un sistema lineal completo e irreducible y $\mathbf{P}$ un ciclo primo, primo con $\mathbf{M}$, que no contiene a ningún sitio base de $|\mathbf{M}|$, se verifica que

$$\text{def.}_{\mathbf{P}} |\mathbf{M}| = 0.$$

5. Las diferenciales lineales y dobles se definen de modo usual[7]. A cada diferencial se le puede asignar un ciclo y un divisor. El ciclo y el divisor correspondientes a la diferencial ω se representan por $[\omega]$ y (ω), respectivamente.

F. El conjunto de todos los ciclos correspondientes a las diferenciales lineales forman una clase, llamada clase diferencial lineal. El conjunto de los ciclos correspondientes a todas las diferenciales dobles forman otra clase, llamada clase canónica. La primera se representa por $\mathfrak{G}$ y la segunda por $\mathfrak{K}$.

Las clases diferencial lineal y canónica permiten definir la irregularidad y el género geométrico del cuerpo Σ. La primera se representa por q y el segundo por p_g.

Dado un ciclo irreducible, Γ, y una diferencial lineal, ω, se llama ciclo de ω respecto de Γ, y se representa por $[\omega]_\Gamma$, al obtenido del siguiente modo: Sea Γ' un ciclo irreducible arbitrario y (ξ, ζ) una base de uniformización para Γ', con la condición de que ζ se anula sobre Γ. Sea $\omega = \mathrm{A}\, d\,\xi + \mathrm{B}\, d\,\zeta$ la expresión de ω respecto de esta base y $v_{\Gamma'}$ la valoración con centro en Γ'. Se define como exponente de Γ' en $[\omega]_\Gamma$ el número $v_\Gamma(\mathrm{A})$. Sea $\mathbf{P}$ el divisor con centro en Γ, η un elemento arbitrario de Σ tal que, si $\eta \equiv \eta'(\mathbf{P})$, se verifique que η' sea trascendente sobre K. Entonces se verifica que: $(d\,\eta') = (d\,\eta)_\Gamma \cap \Gamma$.

G. Si Γ es un ciclo irreducible de género g y K un ciclo de la clase canónica, primo con él, se verifica que:

$$i(\Gamma \cap \Gamma\mathrm{K}) = 2\,g - 2.$$

Sea $[\Delta]$ una clase de ciclos arbitraria, $[\Delta']$ su complementaria, es decir, $\Delta\,\Delta' \in [\mathfrak{K}]$. Pondremos:

$$j[\Delta] = j[\Delta'] = \text{rango}\,|\Delta| + \text{rango}\,|\Delta'| + 1/2\, i(\Delta \cap \Delta').$$

---

(7) Véase, p. e., WEIL, *Foundations of algebraic Geometry*. «Am. Math. Soc. Coll. Pub.», v. 29. O bien, S. KOIZUMI, *On the differential Forms of the First Kind on Algebraic Varieties*. «Jour. of Math. Soc. of J.», vol. 2, 1949. También, Y. NAKAI, *On the divisors of differential forms on algebraic varieties*. «Jour. of. the Math. Soc. of J.», vol. 5. En el caso de una variable, puede verse: S. LEFSCHETZ, *Algebraic geometry*. Princeton Univ. Press, 1953.

En particular, se verifica que $j[K] = p_g + 1$.

Sea Γ un ciclo irreducible arbitrario, definimos el género aritmético mediante la expresión:

$$p_a = j[K\,\Gamma] - 1.$$

De aquí resulta que

$$p_a = p_g - \text{def.}_\Gamma\,|K\,\Gamma|.$$

Para probar la invariancia birracional de p_a basta, por tanto, demostrar el siguiente teorema:

H. $\text{Def.}_\Gamma\,|K\,\Gamma| = q$.

6. Finalmente, para demostrar el teorema de Riemann-Roch, se prueban los siguientes lemas:

a) Si T es un ciclo arbitrario y E un ciclo entero, se puede elegir un ciclo irreducible, Γ, de modo que

$$j[T\,\Gamma] \leq j[T\,\Gamma\,E^{-1}].$$

b) Si los ciclos Δ y Δ_1 son linealmente equivalentes, se verifica que $j[\Delta] = j[\Delta_1]$.

c) Si T es un ciclo arbitrario y K un ciclo canónico, se puede hallar un ciclo irreducible, Γ, tal que

$$j[T\,\Gamma] \geq j[K\,\Gamma^3].$$

d) Se puede elegir Γ en el lema anterior, de modo que

$$j[K\,\Gamma^3] = j[K\,\Gamma].$$

Entonces, se obtiene inmediatamente el teorema de Riemann-Roch en la siguiente forma:

I. Si T es un ciclo arbitrario y T′ un ciclo complentario de T y si g indica el género de la clase [T] y p_a el género aritmético de Σ, se verifica que:

$$\text{rango}\,|T| + \text{rango}\,|T'| \geq \text{grado}\,[T] - g + p_a + 2.$$

UNIVERSIDAD DE MADRID
PATRONATO «JUAN DE LA CIERVA»